

Préparer ma rentrée en Terminale spécialité mathématiques ou option maths complémentaires




Eté 2022

L'équipe des enseignants de mathématiques du lycée René Cassin vous propose ce livret de révision pour préparer votre rentrée en terminale spécialité mathématiques ou option maths complémentaires.

Ce livret propose des exercices à traiter avant la rentrée (si possible à la fin de l'été) pour envisager plus sereinement l'année de terminale. Il ne couvre pas tout le programme mais uniquement ce qui nous semble fondamental pour bien débiter l'année! Pour accéder au corrigé, il vous suffit de flasher le QR Code à la fin de ce livret.

Vous trouverez en annexe un formulaire vous rappelant les formules de base. Des liens sur le site « maths et tiques » sont également présents si vous avez besoin de revoir un cours complet sur ce chapitre.

Quelques conseils tout de même :

- Si vous ne réussissez pas à faire un exercice, n'abandonnez pas (et ne regardez pas tout de suite le corrigé) mais allez rouvrir votre cours de première pour y retrouver un exercice du même type.
- Les exercices signalés par le logo SuperMaths  demandent un peu plus de recherche.

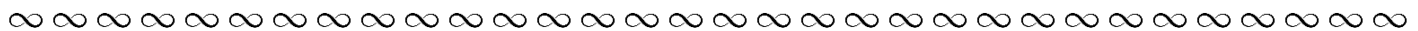
Selon le temps que vous avez, voici trois programmes de révision :

Programme « incontournable » : faire les exercices 1 à 13

Programme « approfondi » : faire les exercices 1 à 13, mais également les exercices 14, 17 et 18.

Programme « avancé » : faire la totalité des exercices.

Bon travail à tous et bonnes vacances !



Automatismes

Exercice 1 :

ÉQUATIONS

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes, puis factoriser lorsque cela est possible.

1. $6x^2 - 15x - 9 = 0$

2. $\frac{1}{8}x^2 + x + 2 = 0$

3. $x^2 + x + 1 = 0$

Exercice 2 :

INÉQUATIONS

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes.

1. $2x^2 - 5x - 42 \geq 0$

2. $5x^2 + 8x + 1 \leq 2(x^2 + 3x)$

3. $(2x - 8)(2x + 8) > 2x^2 + 12x - 82$

Exercice 3 :

CALCUL LITTÉRAL

Simplifier les écritures suivantes :

$A(x) = e^{2x-1}e^{-x+1}$

$B(x) = \frac{e^{2-x}}{e^{1-2x}}$

$C(x) = \frac{e^x + e^x}{e^x}$

$D(x) = \frac{e^x e^y}{e^{x-y}}$

$E(x) = \frac{x}{5} + \frac{1}{x}$

$F(x) = \frac{3x}{x-7} + \frac{5}{x}$

$G(x) = \frac{x}{2x-2} + \frac{3}{x-1}$

Exercice 4 :**EXPONENTIELLE (1)**

Factoriser les expressions suivantes :

$$A(x) = 10e^x - 5xe^x$$

$$B(x) = \frac{e^x}{7} + 4xe^x$$

$$C(x) = 3e^{-5x} + (-15x + 35)e^{-5x}$$

Exercice 5 :**EXPONENTIELLE (2)**Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes.

1. $e^{-3x} = e^{x+1}$

2. $e^{-2x} = 0$

3. $e^{2x+7} \geq 1$

4. $e^{-x} \leq e^x$

5. $e^x > e$

Exercice 6 :**DÉRIVÉES (1)**Déterminer l'expression $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f . Simplifier l'écriture au maximum.

1. $f(x) = 10x^7 - 3x^4 + 5x + 100$

5. $f(x) = \frac{4x+1}{2x^2+1}$

2. $f(x) = \frac{-2}{5}x^5 - x + \frac{1}{x} + \sqrt{x}$

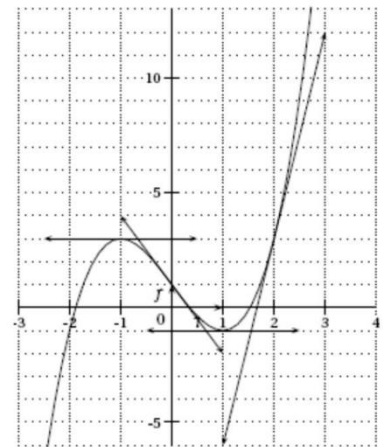
6. $f(x) = e^{-3x}$

3. $f(x) = (3x - 7)(-2x^2 + 8x)$

7. $f(x) = x^2e^x$

4. $f(x) = \frac{x-10}{100x+1000}$

8. $f(x) = xe^{-x}$

Exercice 7 :**DÉRIVÉES (2)**La courbe C ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} , dans un repère orthogonal.

- Déterminer graphiquement $f(0)$; $f(-1)$ et $f(2)$.
- Déterminer graphiquement les coefficients directeurs des tangentes aux points d'abscisse 0, -1 et 2.
- A l'aide des questions précédentes, déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse -1 .
- A l'aide des questions précédentes, déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 0.

Exercice 8 :**APPLICATION DÉRIVATION(1)**On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 30$.Dresser le tableau de variations de la fonction f .**Exercice 9 :****APPLICATION DÉRIVATION(2)**On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x + 1)e^x$.

- Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f en $x = 0$.

Exercice 10 :**SUITES (1)**On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n^2 + u_n + 1$.

- Calculer les 4 premiers termes.
- Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

Exercice 11 :**SUITES (2)** (u_n) est la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 8$ et de raison $r = 3$.

- Exprimer u_n en fonction de n . En déduire u_{12} .
- Quel est le sens de variation de la suite (u_n) ?
- Conjecturer la limite de la suite (u_n) .
- Calculer $S = \sum_{i=0}^{12} u_i = u_0 + u_1 + \dots + u_{12}$.

Exercice 12 :**SUITES (3)** (v_n) est la suite géométrique de premier terme $v_0 = 3$ et de raison $q = 2$.

- Exprimer v_n en fonction de n . En déduire v_9 .

On choisit au hasard un client du restaurant ayant opté pour la formule « entrée + plat ».

On note E_1 l'évènement « le client choisit l'entrée n°1 », E_2 l'évènement « le client choisit l'entrée n°2 », E_3 l'évènement « le client choisit l'entrée n°3 », P_1 l'évènement « le client choisit le plat n°1 » et P_2 : l'évènement « le client choisit le plat n°2 ».



1. Traduire la situation étudiée à l'aide d'un arbre pondéré, en indiquant sur cet arbre les probabilités données dans l'énoncé.
2. Quelle est la probabilité que le client choisisse l'entrée n°3 et le plat n°1 (on donnera la valeur exacte de cette probabilité) ?
3. Montrer que la probabilité que le client choisisse le plat n°1 est égale à 0,4886.
4. Quelle est la probabilité qu'un client ait choisi l'entrée n°1 sachant qu'il a pris le plat n°1 (on arrondira le résultat à 10^{-4} près) ?

Exercice 18 :

SECOND DEGRÉ(1)

La hauteur, en mètres, du centre de gravité d'un acrobate lors d'un exercice sur trampoline peut être modélisée par la fonction $h(t) = -5t^2 + 12t + 1$ où t désigne le temps en secondes.

1. À quel(s) instant(s) le centre de gravité se trouve-t-il à plus de 5 mètres de hauteur ?
2. Le centre de gravité peut-il se trouver à plus de 9 mètres de hauteur ?



Exercice 19 :



SECOND DEGRÉ(2)

On considère deux nombres réels x et y dont la somme est 20 et dont le produit P est supérieur ou égal à 91.

1. Exprimer y en fonction de x .
2. Démontrer que résoudre l'inéquation $P \geq 91$ revient à résoudre l'inéquation $(x - 7)(13 - x) \geq 0$.
Conclure.

Exercice 20 :



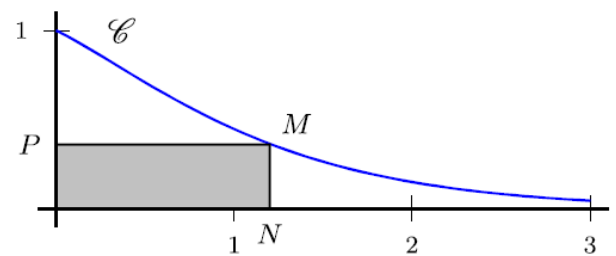
VARIATION DE FONCTION

Une entreprise spécialisée est chargée par l'office de tourisme d'une station de ski de la conception d'un panneau publicitaire ayant la forme d'une piste de ski.

Afin de donner des informations sur la station, une zone rectangulaire est insérée sur le panneau.

Le panneau est découpé dans une plaque rectangulaire de 3 mètres sur 1 mètre.

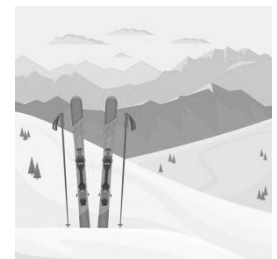
Il est modélisé ci-contre dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et l'unité choisie est le mètre.



La courbe **C** est la courbe représentative de la fonction f définie sur $[0; 3]$ par $f(x) = (x + 1)e^{-\frac{3}{2}x}$.

M est le point de la courbe **C** d'abscisse x .

N et P sont les projetés orthogonaux du point M sur les axes du repère.



1. Donner les coordonnées des points M , N et P .
2. Justifier, que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0; 3]$, l'aire du rectangle $ONMP$ est donnée par $A(x) = (x^2 + x)e^{-\frac{3}{2}x}$.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction A .
4. Déterminer la position du point M sur la courbe **C** pour laquelle l'aire du rectangle $ONMP$ est maximale.

Formulaire

PROBABILITÉS



• En situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un évènement A :

$$\text{est } p(A) = \frac{\text{nb d'issues réalisant A}}{\text{nb total d'issues}}$$

• La probabilité conditionnelle de A sachant B est :

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \text{ si } p(B) \neq 0$$

Et donc $p(A \cap B) = p(B) \times p_B(A)$

• Si les évènements A_1, A_2, \dots, A_k de Ω forment une partition d'un univers Ω alors, pour tout évènement B de Ω : $p(B) = p(B \cap A_1) + p(B \cap A_2) + \dots + p(B \cap A_k)$

SUITES



• Suite arithmétique de raison r

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + r$

Terme général :

$$u_n = u_0 + n \times r = u_1 + (n - 1) \times r = \dots$$

Somme de termes consécutifs :

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

• Suite géométrique de raison q

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = q \times u_n$

Terme général : $u_n = u_0 \times q^n = u_1 \times q^{n-1} = \dots$

Somme de termes consécutifs pour $q \neq 1$:

$$1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

SECOND DEGRÉ



• Soit P une fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par :

$P(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ et on note $\Delta = b^2 - 4ac$ le discriminant du trinôme.

	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
racines de P ou solutions de l'équation $P(x)=0$	Pas de racine réelle	une seule racine x_0 $x_0 = -\frac{b}{2a}$	Deux racines distinctes $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
Factorisation de $P(x)$	Pas de factorisation	$a(x-x_0)^2$	$a(x-x_1)(x-x_2)$
Signe de $P(x)$	Signe de a	Signe de a	Signe de a à l'extérieur des racines et du signe contraire de a entre les racines

DÉRIVATION



• Si f est dérivable en a , sa courbe C_f admet une tangente T .

Cette tangente T admet $f'(a)$ comme coefficient directeur et son équation réduite est : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$



• Dérivées de fonctions usuelles

fonction f	fonction dérivée f'	f dérivable sur
$f(x)=k, k \in \mathbb{R}$	$f'(x)=0$	\mathbb{R}
$f(x)=ax+b, a, b \in \mathbb{R}$	$f'(x)=a$	\mathbb{R}
$f(x)=x^2$	$f'(x)=2x$	\mathbb{R}
$f(x)=x^n, n \in \mathbb{N}^*$	$f'(x) = nx^{n-1}$	\mathbb{R}
$f(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$	\mathbb{R}^*
$f(x)=\sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	f définie sur \mathbb{R}^+ et dérivable sur \mathbb{R}^*
$f(x) = e^{ax}, a \in \mathbb{R}^*$	$f'(x) = ae^{ax}$	\mathbb{R}

• Opérations sur les fonctions dérivées :

Somme : $(u + v)' = u' + v'$

Produit : $(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$

Inverse : $\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$ avec $v \neq 0$

Quotient : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ avec $v \neq 0$

FONCTION EXPONENTIELLE



• $\exp(0) = e^0 = 1$ et $\exp(1) = e^1 = e$

• Pour tous réels x et y , on a :

$$e^{x+y} = e^x \times e^y, e^{-x} = \frac{1}{e^x}, e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y} \text{ et } (e^x)^n = e^{nx}$$

• Pour tous réels a et b , on a :

$$e^a = e^b \Leftrightarrow a = b \text{ et } e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$$

Pour accéder au corrigé, flasher le QR Code ci-dessous

